Synthèse 1a : Pairs et impairs…

1. Définitions

Un nombre naturel est un nombre utilisé pour dénombrer (compter) les choses, les objets.

Un nombre naturel pair est un nombre multiple de 2.

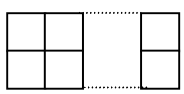
Un nombre naturel impair est un naturel pair diminué de 1.

Un nombre carré est un nombre qui peut s'écrire sous forme d'un produit de deux facteurs égaux.

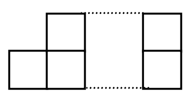
Un nombre triangulaire est un nombre qui peut s'écrire comme somme de naturels impairs consécutifs à partir de 1.

Deux nombres consécutifs sont des nombres qui se suivent dans la série ordonnée des natuels.

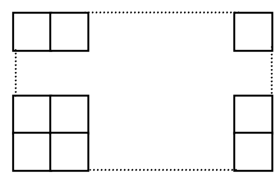
2. Représentation



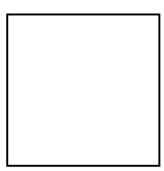
Naturel pair



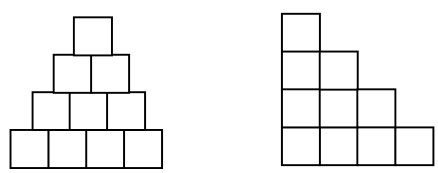
Naturel impair



Nombre rectangle



Nombre carré



Nombres triangulaires

3. Écriture générale et formules

$2n$: naturel pair (c'est le $n^{\text{ième}}$ naturel pair à partir de 2)

$2n-1$: naturel impair (c'est le $n^{\text{ième}}$ naturel pair à partir de 1)

n et $n+1$: naturels consécutifs

$2n$ et $2n+2$: naturels pairs consécutifs

$2n-1$ et $2n+1$: naturels impairs consécutifs

$3n$: multiple de 3

$5n$: multiple de 5

n^2 : nombre carré

place valeur

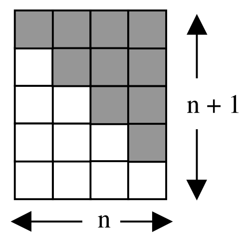
pair
$$\begin{tikzcd} n \arrow[r, bend left, "x\,2"] & 2n \arrow[l, bend left, ":2"] \end{tikzcd}$$

impair
$$\begin{tikzcd} n \arrow[r, bend left, "x\,2"] & 2n \arrow[l, bend left, ":2"] \arrow[r, bend left, "-1"] & 2n-1 \arrow[l, bend left, "+1"] \end{tikzcd}$$

$n^2 = n \, . \, n$

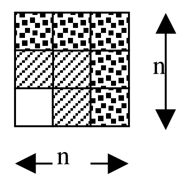
somme des n premiers naturels consécutifs à partir de 1

$1+2+3+\ldots\ldots.+n = \dfrac{\boldsymbol{n}\cdot(\boldsymbol{n}+1)}{2}$



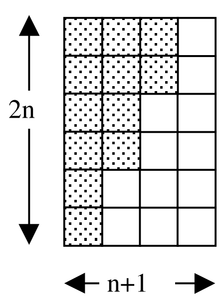
somme des n premiers naturels impairs consécutifs à partir de 1

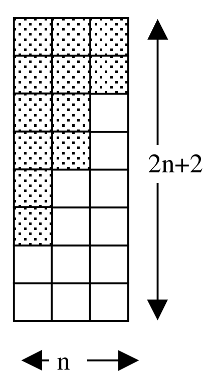
$1+3+5+\ldots\ldots.+(2n-1) = n^2$



somme des n premiers naturels pairs consécutifs à partir de 2

$2+4+6+\ldots.+2n = n \, . \, (n+1)$





Synthèse 1b : Les opérations…

4. Définitions

Écriture générale	Nom de l'opération	Symbole	Nom des éléments	Nom du résultat
A + B	Addition	+	termes	somme
A – B	Soustraction	-	Premier et second terme	différence
A . B	Multiplication	.	Facteurs	produit
A : B	Division	:	Dividende(A) et diviseur (B)	quotient

Le nombre que l'on divise s'appelle le ***dividende*** et se note ***D.***

Le nombre qui divise s'appelle le ***diviseur*** et se note ***d.***

Le résultat de la division (le nombre entier de fois) s'appelle ***quotient*** et se note ***q*** .

Quand le nombre de fois n'est pas entier il y a un ***reste*** noté ***r***

Un nombre divise un autre si le reste de la division est nulle.
Il est un diviseur de ce nombre.

Ce nombre est multiple de celui qui le divise.

Il est divisible par ce nombre

De manière générale

Si n = a .b , a **divise** n

a est un **diviseur de** n

n est **multiple de** a

n est **divisible par** a

5. Propriétés et liens

Addition

$a + b = b + a$ commutativité de l'addition

$a + b + c = a + (b + c) = (a + b) + c$ associativité de l'addition

$0 + a = a = a + 0$ 0 neutre pour l'addition

Soustraction

$a - b \neq b - a$ pas de commutativité de la soustraction

$a - 0 = a \neq 0 - a$ 0 neutre à droite mais pas à gauche

Multiplication

$a \,.\, b = b \,.\, a$ commutativité de la multiplication

$a \,.\, 0 = 0 = 0 \,.\, a$ 0 est absorbant pour la multiplication

$a \,.\, 1 = a = 1 \,.\, a$ 1 est neutre pour la multiplication

Division

$a : b \neq b : a$

$a : 1 = 1 \neq 1 : a$ tous les nombres se divisent par 1

$0 : a = 0$ on ne peut jamais diviser par 0

Liens entre les opération

$a + b = c \Leftrightarrow c - a = b \Leftrightarrow c - b = a$

$a \,.\, b = \underbrace{a + a + a + \ldots + a}_{b \text{ termes}}$

La relation entre ces éléments (relation fondamentale de la division) peut se noter par l'égalité suivante :

$D = d \,.\, q + r \quad et \quad 0 \bullet r < d$

Propriété de la divisibilité

Si a divise b , il divise les multiples de b

Si a divise b et c , il divise b + c et b - c

Synthèse 1c : Les caractères de divisibilité…

Des règles pour voir directement si un nombre est divisible par un autre

Divisible par 2 – 5 - 10

Pour qu' un entier soit divisible par **2**, il faut et il suffit que le dernier chiffre soit 0, 2, 4, 6, 8.

Pour qu' un entier soit divisible par **5**, il faut et il suffit que le chiffre des unités soit 0 ou 5.

Pour qu' un entier soit divisible par **10**, il faut et il suffit que le chiffre des unités soit 0

Divisible par 4 – 25 - 100

Pour qu' un entier soit divisible par **4**, il faut et il suffit que le nombre formé par les deux derniers chiffres soit divisible par 4.

Pour qu' un entier soit divisible par **25**, il faut et il suffit que le nombre formé par les deux derniers chiffres soit divisible par 25.

Pour qu' un entier soit divisible par **100**, il faut et il suffit que les deux derniers chiffres soit 00.

Divisible par 8 – 125 - 1000

Pour qu' un entier soit divisible par **8**, il faut et il suffit que le nombre formé par les trois derniers chiffres soit divisible par 8.

Pour qu' un entier soit divisible par **125**, il faut et il suffit que le nombre formé par les trois derniers chiffres soit divisible par 125.

Pour qu' un entier soit divisible par **1000**, il faut et il suffit que les trois derniers chiffres soit 000.

Divisible par 3 – 9

Pour qu' un entier soit divisible par **3** , il faut et il suffit que la somme des chiffres qui le composent soit divisible par 3.

Pour qu' un entier soit divisible par **9** , il faut et il suffit que la somme des chiffres qui le composent soit divisible par 9.

Synthèse 1d : nombres premiers ….. ppcm , pgcd

6. Définitions

Un nombre premier est un naturel qui n'a que deux diviseurs 1 et lui-même.

Deux nombres premiers entre eux sont des naturels qui n'ont qu'un seul diviseur commun (1).

Pgcd= plus grand commun diviseur à plusieurs naturels

Ppcm : plus petit commun multiple à plusieurs naturels

7. Propriétés

Le plus petit diviseur d'un naturel est 1 et le plus grand est lui-même.

Tout naturel qui en divise plusieurs autres divise leur somme, leur différence.

Tout naturel qui en divise un autre divise ses multiples.

Tout naturel divisible par plusieurs autres premiers entre eux est divisible par leur produit.

Tout naturel peut se décomposer en un produit de facteurs premiers.

Si $a = b.q + r$ et $r = 0$ alors $pgcd(a , b) = b$.

Si $a = b.q + r$ et $r \neq 0$ alors $pgcd(a , b) = pgcd(b , r)$

Si $b<a$ $pgcd(a , b) = pgcd (a-b , b)$

$a . b = pgcd(a , b) . ppcm (a , b)$

8. Méthodes de calcul

- Vérifier si un naturel est premier :
  - Crible d'Eratostène p46
  - Recherche de tous les diviseurs du naturel p50
- Vérifier si deux naturels sont premiers entre eux :
  - Recherche de tous les diviseurs des naturels p50
  - Décomposer en facteurs premiers les naturels p47
- Rechercher les diviseurs commun : p56
- Recherche de tous les diviseurs des naturels p50
- Calcul du pgcd : et du ppcm p 56 et suivantes

  le pgcd de plusieurs naturels , décomposés en facteurs premiers, est le produit des facteurs premiers communs , chacun d'eux étant pris avec son plus petit exposant .

  le ppcm de plusieurs naturels , décomposés en facteurs premiers, est le produit des facteurs premiers communs ou non , chacun d'eux étant pris avec son plus grand exposant .