



J'ai trouvé par terre une feuille de journal.

Je sais que ce journal n'est constitué que de feuilles doubles.

Quel est le numéro de la dernière page du journal ?

Note ce que tu observes, les questions que tu te poses .

D'après Rallye mathématique d'Orléans 1986.  
Dessin de Serge Cecconi.

Que sais-tu sur les nombres pairs , les nombres impairs, leur succession ?

Ta solution au problème :

Propose de nouvelles questions sur ce problème :

## Quelques exercices sur les nombres pairs et impairs

### Exercice 1

Observe et complète.

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre de cases	2					

Les nombres de cases sont tous .....

Pour représenter le dessin en 25<sup>ième</sup> place il te faut .....cases.

Pour celui en 159<sup>ième</sup> place.....

Comment as tu trouvé ces nombres ?

.....

Pour représenter le dessin en n<sup>ième</sup> place il te faudrait donc .....cases.

Donc :

Un nombre pair peut de manière générale s'écrire .....

c'est un .....

Pour passer de la 2<sup>ième</sup> colonne à la 3<sup>ième</sup> il faut.....

Et de la 3<sup>ième</sup> à la suivante .....

Dans une série de nombres pairs consécutifs pour passer d'un nombre au suivant on .....

Donc :

La différence entre deux nombres pairs consécutifs est toujours de .....

Le 258<sup>ième</sup> nombre pair non nul est .....

Le 105<sup>ième</sup> nombre pair non nul est .....

Le 367<sup>ième</sup> nombre pair non nul est .....

Le 491<sup>ième</sup> nombre pair non nul est .....

Le 333<sup>ième</sup> nombre pair non nul est .....

*Si n est le numéro d'ordre d'un nombre pair non nul sa valeur est .....*

.36 est le .....<sup>ième</sup> nombre pair non nul

108 est le .....<sup>ième</sup> nombre pair non nul

244 est le .....<sup>ième</sup> nombre pair non nul

360 est le .....<sup>ième</sup> nombre pair non nul

582 est le .....<sup>ième</sup> nombre pair non nul

*Si p est la valeur d'un nombre pair non nul sa place dans la suite des nombres pairs non nuls consécutifs est .....*

**Exercice 2**

Observe et complète.

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre de cases	1					

Les nombres de cases sont tous.....

Pour représenter le dessin en 25<sup>ième</sup> place il te faut .....cases.Pour celui en 159<sup>ième</sup> place.....

Comment as tu trouvé ces nombres ?

.....

Pour représenter le dessin en n<sup>ième</sup> place il te faudrait donc .....cases.

Donc :

Un nombre impair peut de manière générale s'écrire ..... ;

c'est un .....

Pour passer de la 2<sup>ième</sup> colonne à la 3<sup>ième</sup> il faut.....Et de la 3<sup>ième</sup> à la suivante .....

Dans une série de nombres impairs consécutifs pour passer d'un nombre au suivant on .....

Donc :

La différence entre deux nombres impairs consécutifs est toujours de .....

Le 18<sup>ième</sup> nombre impair non nul est .....Le 10<sup>ième</sup> nombre impair non nul est .....Le 67<sup>ième</sup> nombre impair non nul est ...Le 41<sup>ième</sup> nombre impair non nul est ...Le 100<sup>ième</sup> nombre impair non nul est ...

*Si  $n$  est le numéro d'ordre d'un nombre impair sa valeur est*

.....

.35 est le .....<sup>ième</sup> nombre impair non nul17 est le .....<sup>ième</sup> nombre impair non nul23 est le .....<sup>ième</sup> nombre impair non nul125 est le .....<sup>ième</sup> nombre impair non nul581 est le .....<sup>ième</sup> nombre impair non nul

*Si  $p$  est la valeur d'un nombre impair sa place dans la suite des nombres impairs non consécutifs est*

.....

**Exercice 3****1. Voici une suite de nombres :**

2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; ..... ; 24 ; 26 ; ..... 58 ; 60 ; ..... 184 ; .....

Les nombres suivants figurent-ils dans la suite ?

Justifie ta réponse et s'ils y sont indique leur place.

48 .....  
 72 .....  
 450 .....  
 68 .....  
 13 .....  
 3256 .....  
 124 .....  
 598 .....  
 211 .....

**Exercice 4****2. Voici une suite de nombres :**

1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 ; 11 ; ..... ; 23 ; 25 ; ..... 59 ; 61 ; ..... 183 ; .....

Les nombres suivants figurent- ils dans la suite ?

Justifie ta réponse et s'ils y sont indique leur place.

45 .....  
 71 .....  
 453 .....  
 68 .....  
 13 .....  
 3255 .....  
 124 .....  
 597 .....  
 211 .....

**Exercice 5**

Observe et complète.



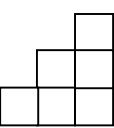
Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre de cases	1					

Diagram showing arrows from the 'Nombre de cases' row to the 'Dessin' row, indicating the relationship between the number of squares and the visual representation. There are also arrows from the 'Dessin' row to the 'Nombre de cases' row, suggesting a feedback loop or a way to verify the count.

Comment as-tu obtenu la 4<sup>ième</sup> figure ? .....

Et la 8<sup>ième</sup> ? .....

Avant d'établir une formule permettant de trouver facilement le nombre de cases en fonction de son numéro d'ordre , fais quelques observations supplémentaires.

Le rectangle ci-dessous est réalisé en utilisant ..... fois. la figure N°..... du

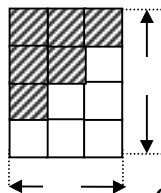


tableau de l'exercice.

Sa largeur est 3 et sa longueur (ou hauteur) est.....

par rapport au nombre 3 ceci est le.....

On peut calculer le nombre de cases par le calcul suivant .....

Le calcul pour la figure correspondante est donc .....

Fais la même chose pour les figures 4 et 8 sur une feuille quadrillée et inscris ci-dessous ton résultat.

Comment procèderais-tu pour la 10<sup>ième</sup> figure ?

Écris ce procédé sous forme d'une égalité.

Comment procèderais-tu pour la 24<sup>ième</sup> figure ?

Écris ce procédé sous forme d'une égalité.

Donc :

La somme des naturels consécutifs de 1 à n peut se calculer en

.....

.....

.....

en formule

### Exercice 6

Observe et complète.


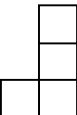
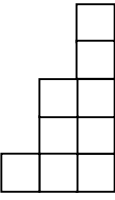
Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre de cases	1					

Diagram showing the relationship between figures 1, 2, 3, and 4. Arrows indicate that Figure 2 is the sum of Figure 1 and Figure 1, Figure 3 is the sum of Figure 2 and Figure 1, and Figure 4 is the sum of Figure 3 and Figure 1. Below the arrows are two empty boxes for the number of cases added at each step.

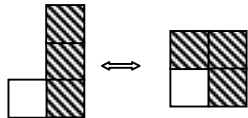
La deuxième figure est la somme de .....  
c'est-à-dire la somme de deux premiers naturels.....

La troisième figure est la somme de .....  
c'est à dire la somme des .....premiers naturels.....

Comment as-tu obtenu la 4<sup>ième</sup> figure ?.....

Et la 8<sup>ième</sup> ? .....

Avant d'établir une formule permettant de trouver facilement le nombre de cases en fonction de son numéro d'ordre , fais quelques observations supplémentaires.

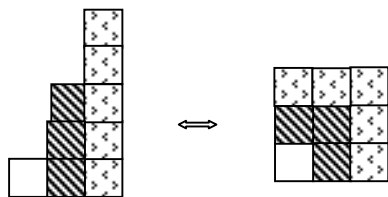
Transformation de la figure N°.....  

 La figure transformée est un .....  
 Sur chaque côté il y a .....cases.

On peut calculer le nombre de cases totales en faisant le calcul :

.....

Donc  $1+3=$  .....

Transformation de la figure N°.....



La figure transformée est un .....

Sur chaque côté il y a .....cases.

On peut calculer le nombre de cases totales en faisant le calcul : .....

Donc  $1+3+5=.....$

Comment peut-on trouver rapidement le côté ?.....

Comment procèderais-tu pour la 10<sup>ème</sup> figure ?

Écris ce procédé sous forme d'une égalité.

Comment procèderais-tu pour la 24<sup>ème</sup> figure ?

Écris ce procédé sous forme d'une égalité.

Donc :

La somme des n premiers naturels impairs consécutifs peut se calculer en

.....


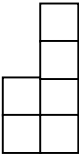
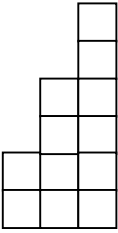
.....

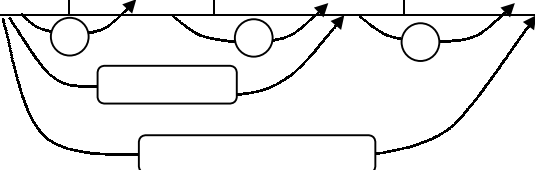
en formule



### Exercice 7

Observe et complète.

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre de cases	2					



La deuxième figure est la somme de .....

c'est-à-dire la somme de deux premiers naturels.....

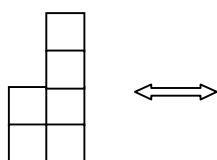
La troisième figure est la somme de .....

c'est à dire la somme des .....premiers naturels.....

Comment as-tu obtenu la 4<sup>ième</sup> figure ?.....

Et la 8<sup>ième</sup> ? .....

Avant d'établir une formule permettant de trouver facilement le nombre de cases en fonction de son numéro d'ordre , transforme la figure 3 en fonction de ce que tu as appris dans les exercices précédents.



Donc  $2+4=$  .....

Fais la même chose pour les figures 4 et 8 sur feuille quadrillée puis complète

$$2+4+6+8 = \dots\dots\dots$$

$$2+4+6+8+10+12+14+16 = \dots\dots\dots$$

Donc :

La somme des n premiers naturels pairs consécutifs peut se calculer en

.....

.....

en formule

### Exercice 8

Pour résoudre , utilise les connaissances acquises ci-dessus.

Somme	Naturels pairs ou impairs	Nombre de termes	Formule à utiliser	Calcul et réponse
$1+2+3+4+\dots+25=$				
$1+3+5+\dots+51=$				
$2+4+6+8+\dots+14=$				
$2+4+6+8+\dots+36=$				
$1+3+5+7+\dots+53=$				
$1+2+3+5+\dots+63=$				
$1+3+5+7+\dots+63=$				
$2+4+6+8+\dots+62=$				
$1+2+3+4+\dots+121=$				
$1+3+5+\dots+121=$				

### Exercice 9

Représente sur une feuille quadrillée (en t'inspirant de ce qui précède) :

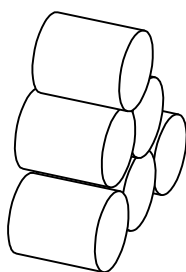
- a.  $5+6+7+8+9+\dots +15$
- b.  $2+3+4+\dots +13$
- c.  $5+7+9+\dots +15$
- d.  $2+4+6+\dots +12$
- e.  $7+8+9+\dots +20$

Pour chaque cas, trouve une transformation ou un autre procédé te permettant de revenir aux cas utilisés précédemment.

Indique ici ton procédé.

Déduis-en un calcul simple pour trouver la réponse puis une formule générale.

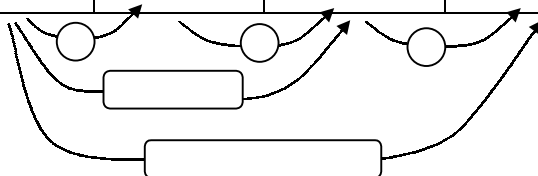
Résumé



On doit disposer en pyramide 300 canettes de coca, combien faut-il en mettre à la base ?

Fais appel à la technique déjà utilisée.

Nombre de canettes à la base	3	4	5	6		10
Dessin					---	
Nombre total de canettes	$1+2+3 = 6$					




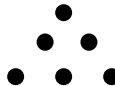
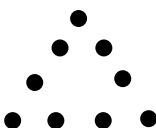
Tu es ainsi ramené au même cas que celui de l'exercice.....

En procédant par calculs successifs , calcule le nombre total de canettes en ajoutant chaque fois une à la base.

Ta solution

Cette représentation en triangle équilatéral plein correspond aux nombres obtenus par la somme de nombres naturels consécutifs ils portent le nom de **nombres triangulaires**.

***D'autres représentations en triangle***Série 1 : triangle équilatéral creux

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre total	3					

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 4 et 8 ?

.....

.....

Combien de points y a-t-il dans la 20<sup>ième</sup> figure ?.....




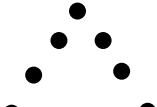
Comment le calcules-tu ?

.....

.....

Conclusion
------------

Série 2 : triangle isocèle creux

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre total	1					

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé la figure 8 ?

.....

.....

Combien de points y a-t-il dans la 15<sup>ième</sup> figure ?.....  
 Comment le calcule- tu ?

.....

.....

Donc :

Conclusion
------------

Série 3 : triangle isocèle plein

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin	•	• • •	• • • • • •			
Nombre total	1	4				

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 4 et 8 ?

.....

.....


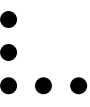
Combien de points y a-t-il dans la 10<sup>ième</sup> figure ?.....  
 Comment le calcules-tu ?

.....

.....

Conclusion
------------

***D'autres représentations géométriques***Série 1 en L

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre total						

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 3,4 et 8 ?



.....

.....

Quelle autre représentation correspond à ce même cas ?

.....

Série 2 en carré plein

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre total						

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 3,4 et 8 ?



.....

.....

Quelle autre représentation correspond à ce même cas ?

.....

Série 3 en carré creux

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre total						

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 3,4 et 8 ?

.....

.....

Combien de points y a-t-il dans la 50<sup>ième</sup> figure ?.....

Comment le calcules-tu ?


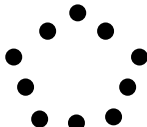
.....

.....

donc

Conclusion
------------

Série 4 en pentagone creux

Place	1	2	3	4	---	8
Dessin						
Nombre total						

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 3,4 et 8 ?

.....

.....



Combien de points y a-t-il dans la 10<sup>ième</sup> figure ?.....


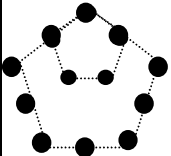
Comment le calcules-tu ?

.....  
.....

Donc :

Conclusion
------------

Série 5 en pentagone plein

Place	1	2	3		5
Dessin				- - -	
Nombre total					

Quel est le point commun de tous ces nombres ?

.....

Comment as-tu trouvé les figures 3 et 5 ?

.....  
.....

Combien de points y a-t-il dans la 10<sup>ième</sup> figure ?.....

Comment le calcules-tu ?

.....  
.....

Donc :

Conclusion
------------

De la même manière on peut envisager toutes les formes polygonales.  
A toi d'essayer !

Série 6 en rectangle de hauteur  $>1$

Trouve au moins 10 exemples.

Dessine et conclus .

Et si la hauteur est 1 ?

Dessine et conclus.


### Exercice de synthèse

Indique une croix dans les cases adéquates.  
Colorie les nombres impairs.

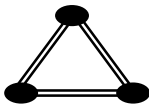
Nom bre	Triangulaire =tr.equi.plein	Carré = carré plein	Rectangle Hauteur>1	Polygonal= P plein. >4	Autre(à préciser)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					

## Quelques exercices sur les suites de nombres

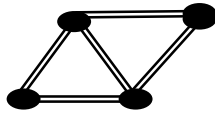
### Exercice 1

Avec des allumettes  on fait les dessins suivants :

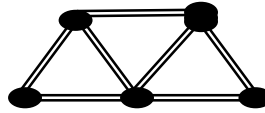
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3




Indique le nombre d'allumettes utilisées pour chaque dessin.

Prévois le nombre d'allumettes nécessaires pour le dessin suivant et le dixième.

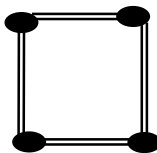
Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour le 50<sup>ième</sup> dessin.

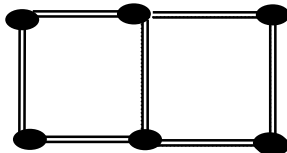
### Exercice 2

Avec des allumettes  on fait les dessins suivants.

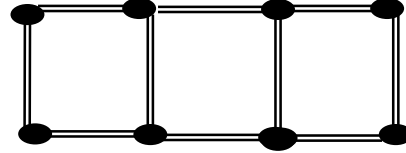
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3




Indique le nombre d'allumettes utilisées pour chaque dessin.

Prévois le nombre d'allumettes nécessaires pour le dessin suivant et le dixième.

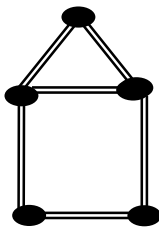
Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour le 20<sup>ième</sup> dessin.

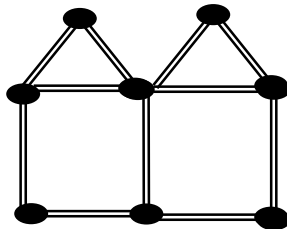
**Exercice 3**

Avec des allumettes  on fait les dessins suivants :

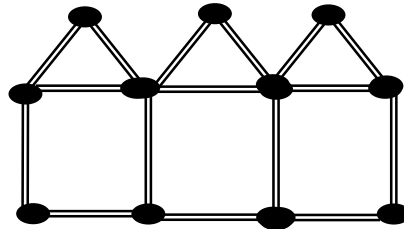
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3




Indique le nombre d'allumettes utilisées pour chaque dessin.

Prévois le nombre d'allumettes nécessaires pour le dessin suivant et le dixième.

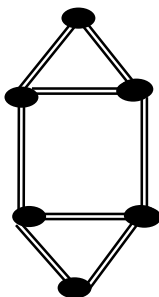
Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour le 10<sup>ième</sup> dessin.

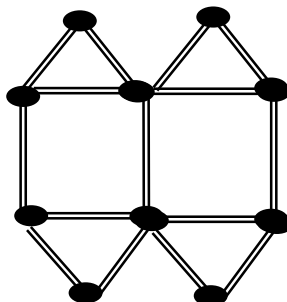
**Exercice 4**

Avec des allumettes  on fait les dessins suivants :

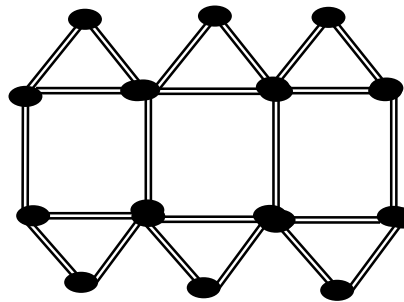
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3



Indique le nombre d'allumettes utilisées pour chaque dessin.

Prévois le nombre d'allumettes nécessaires pour le dessin suivant et le dixième.

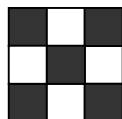
Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour le 8<sup>ième</sup> dessin.

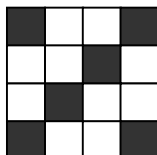
**Exercice 5**

Compter les cases noires

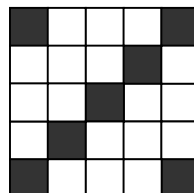
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3



Indique le nombre de cases noires pour chaque dessin.

Prévois le nombre de cases noires pour le dessin suivant et le dixième

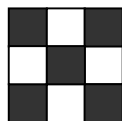
Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour un carré de 8 de côté

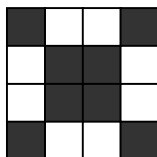
**Exercice 6**

Compter les cases noires

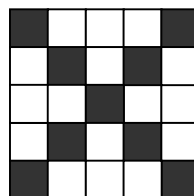
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3



Indique le nombre de cases noires pour chaque dessin.

Prévois le nombre de cases noires pour le dessin suivant et le dixième

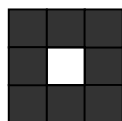
Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour un carré de 15 de côté

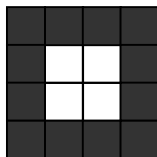
**Exercice 7**

Compter les cases noires

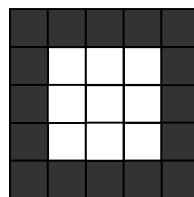
Dessin 1



Dessin 2



Dessin 3



Indique le nombre de cases noires pour chaque dessin.

Prévois le nombre de cases noires pour le dessin suivant et le dixième

Trouve une formule qui permet de calculer ce nombre rapidement.

Applique la pour un carré de 15 de côté

## ***X* Exercices de dépassement**

Montre sur différents dessins les énoncés ci dessous (feuille quadrillée).

1. Un nombre triangulaire vaut la somme de 4 nombres triangulaires.
2. Tout nombre est la somme d'au plus trois nombres triangulaires.
3. La somme de deux nombres triangulaires consécutifs est un carré.
4. Un carré est la somme de deux nombres triangulaires consécutifs.
5. Si on ajoute un à huit fois un nombre triangulaire, on obtient un carré.
6. Un carré est un multiple de 3 ou une multiple de  $3 + 1$ .
7. Un carré de côté pair est divisible par 4.
8. Un carré de côté impair moins un est divisible par 4.

## ***&* Questions pour préparer ma synthèse**

### ***1. Je peux définir :***

1. Nombre naturel
2. Nombre naturel pair
3. Nombre naturel impair
4. Nombre carré
5. Nombre triangulaire
6. Nombres consécutifs

### ***2. Je peux représenter***

1. Un nombre pair
2. Un nombre impair
3. Un nombre rectangle
4. Un nombre carré
5. Un nombre triangulaire

### ***3. Je connais l'écriture générale***

1. Un naturel pair
2. Un naturel impair
3. Deux naturels consécutifs
4. Deux naturels pairs consécutifs
5. Deux naturels impairs consécutifs
6. Un naturel multiple de 3
7. Un naturel multiple de 5
8. Un nombre carré

### ***4. Je sais calculer***

1. Le  $n^{\text{ième}}$  nombre pair
2. Le  $n^{\text{ième}}$  nombre impair
3. Le rang d'un nombre pair (son numéro d'ordre)
4. Le rang d'un nombre impair (son numéro d'ordre)
5. Le carré d'un nombre
6. La somme des  $n$  premiers naturels consécutifs (à partir de 1)
7. La somme des  $n$  premiers naturels impairs consécutifs (à partir de 1)
8. La somme des  $n$  premiers naturels pairs consécutifs (à partir de 2)
9. La somme des  $n$  consécutifs à partir de  $p$
10. La somme des  $n$  naturels impairs consécutifs à de  $p$
11. La somme des  $n$  naturels pairs consécutifs à partir de  $p$

### ***5. Je sais trouver une formule à partir d'une série***

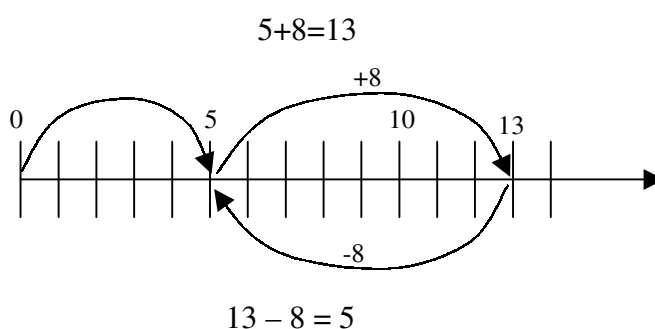
## Les opérations sur les nombres

Chaque nouveau naturel est obtenu en ajoutant un au précédent.

Que peut on apprendre sur ce mode opératoire ?

### L'addition et la soustraction

#### 6. Des représentations



La soustraction n'est rien d'autre qu'une addition lacunaire :

$13 - 8 = \dots$  peut se traduire par combien faut-il ajouter à 8 pour obtenir 13 ? ou  $8 + \dots = 13$

$$a + b = c \Leftrightarrow c - a = b \Leftrightarrow c - b = a$$

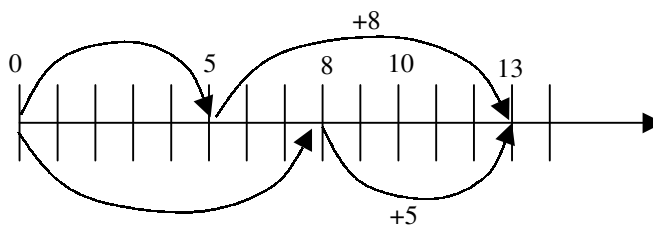
7.

#### 8. Des questions ?

1. L'ordre des termes est-il important ?
2. Quand on a plusieurs termes peut-on en regrouper ?
3. Existe-il un terme que laisse le résultat inchangé ?

Représente et généralise les propriétés (feuille quadrillée)

Exemple :  $5 + 8 \underline{=} 8 + 5$

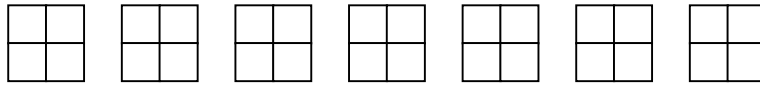




Voici une addition un peut particulière :

$$4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$$

Je représente



Il est plus rapide et plus visuel de dire que l'on a 7 fois 4

$$\underbrace{4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4}_{7 \text{ termes}} = 28 = 7 \cdot 4$$

### La multiplication et la division

Voici comment on peut donc définir une nouvelle opération : la multiplication

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ termes}}$$

Le produit des facteurs a et b vaut la somme de b termes a

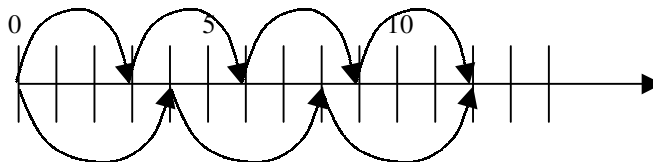
### 9. Des questions ?

1. L'ordre des facteurs est-il important ?
2. Quand on a plusieurs facteurs peut-on en regrouper ?
3. Existe-il un facteur que laisse le résultat inchangé ?
4. Existe – il un facteur absorbe les autres ?

Représente et généralise les propriétés (feuille quadrillée)

10. Exemple  $3 \cdot 4 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 3$

$$3 \cdot 4 = 3 + 3 + 3 + 3 \text{ et } 4 \cdot 3 = 4 + 4 + 4$$



### Une histoire d'œufs

Si j'ai 240 œufs combien de cartons de 12 œufs puis-je remplir ?

Bien, tu connais la réponse. C'est.....

Montrons l'opération

$$12 \cdot \quad = 240$$

ceci peut aussi s'écrire  $240 : 12 =$

La division n'est rien d'autre qu'une multiplication lacunaire .

Que se serait – il passer si j'avais eu 245 œufs ?

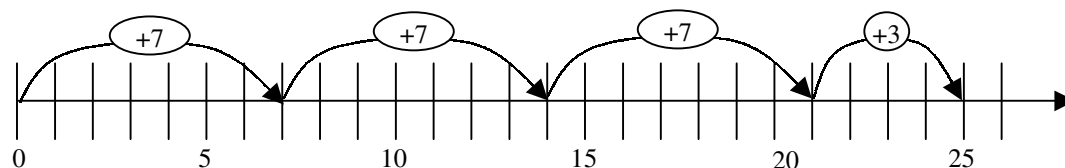
.....

Complète cette opération :  $245 = 12 \cdot \quad +$

On dira que 245 divisé par 12 égal .....et il reste .....

### Recherche de l'écriture générale de la division

$$25 : 7 =$$



$$7 \cdot 3 + 3 = 25 \quad (\text{trois fois et il reste } 3)$$

Fais de même pour les division suivantes :

$$12 : 5$$

$$13 : 4$$

$$24 : 8$$

$$21 : 5$$

$$18 : 3$$

Le nombre que l'on divise s'appelle le **dividende** et se note ***D***.

Le nombre qui divise s'appelle le **diviseur** et se note ***d***.

Le résultat de la division (le nombre entier de fois) s'appelle **quotient** et se note ***q***.

Quand le nombre de fois n'est pas entier il y a un **reste** noté ***r***

La relation entre ces éléments ( relation fondamentale de la division) peut se noter par l'égalité suivante :

$$D = d \cdot q + r \quad \text{et} \quad 0 \leq r < d$$

**11. Nous allons dans un premier temps nous intéresser aux divisions dont le reste est 0**

### ***Diviseurs et multiples***

#### ***Un peu de vocabulaire***

Un nombre divise un autre si le reste de la division est nulle.

Il est un diviseur de ce nombre.

Ce nombre est multiple de celui qui le divise.

Il est divisible par ce nombre

Exemple

4 divise 24 car le reste de la division est 0 . En effet  $24 = 4 \cdot 6$

4 est un diviseur de 24

24 est multiple de 4

24 est divisible par 4

#### ***De manière générale***

Si  $n = a \cdot b$ ,

a **divise** n

a est un **diviseur** de n

n est **multiple** de a

n est **divisible** par a

## 12. Un outil de travail intéressant : la table de Pythagore

		$C_0$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	$C_{10}$	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{14}$	$C_{15}$
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$L_0$	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$L_1$	1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$L_2$	2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
$L_3$	3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
$L_4$	4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60
$L_5$	5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
$L_6$	6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90
$L_7$	7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105
$L_8$	8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120
$L_9$	9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135
$L_{10}$	10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$L_{11}$	11	0	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165
$L_{12}$	12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
$L_{13}$	13	0	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195
$L_{14}$	14	0	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210
$L_{15}$	15	0	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225
$L_{16}$	16	0	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240
$L_{17}$	17	0	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255
$L_{18}$	18	0	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270
$L_{19}$	19	0	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285
$L_{20}$	20	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300
$L_{21}$	21	0	21	42	63	84	105	126	147	168	189	210	231	252	273	294	315
$L_{22}$	22	0	22	44	66	88	110	132	154	176	198	220	242	264	286	308	330
$L_{23}$	23	0	23	46	69	92	115	138	161	184	207	230	253	276	299	322	345
$L_{24}$	24	0	24	48	72	96	120	144	168	192	216	240	264	288	312	336	360
$L_{25}$	25	0	25	50	75	100	125	150	175	200	225	250	275	300	325	350	375
$L_{26}$	26	0	26	52	78	104	130	156	182	208	234	260	286	312	338	364	390
$L_{27}$	27	0	27	54	81	108	135	162	189	216	243	270	297	324	351	378	405
$L_{28}$	28	0	28	56	84	112	140	168	196	224	252	280	308	336	364	392	420
$L_{29}$	29	0	29	58	87	116	145	174	203	232	261	290	319	348	377	406	435
$L_{30}$	30	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360	390	420	450

### Utiliser la table de Pythagore pour :

Remarque préliminaire : chaque ligne est repérée par **L** suivi du naturel et chaque colonne par **C** suivi du naturel.

#### 1. Trouver le produit de deux naturels

Il suffit de rechercher le croisement de la ligne correspondant au premier naturel et de la colonne correspondant au deuxième naturel.

Exemple :  $12 \cdot 7 : L_{12} \cap C_7 = \{84\}$

#### 2. Vérifier si un naturel est multiple d'un autre

On recherche dans la ligne ou la colonne correspondant au deuxième nombre si le premier y figure.

Exemple : 51 est-il multiple de 17

Je regarde dans  $L_{17}$  (car  $C_{17}$  n'est pas notée ici même si elle existe) ;  $51 = L_{17} \cap C_3$ . Donc 51 est multiple de 17

#### 3. Vérifier si un naturel est divisible par un autre

On recherche dans la ligne ou la colonne correspondant au deuxième nombre si le premier y figure.

Exemple : 52 est-il multiple de 17

Je regarde dans  $L_{17}$  (car  $C_{17}$  n'est pas notée ici même si elle existe) ;  $51 = L_{17} \cap C_3$ . Donc 52 n'est pas divisible par 17 .

remarque :  $52 = 51 + 1$  et  $51 = 17 \cdot 3$  donc  $52 = 17 \cdot 3 + 1$  le quotient de la division de 52 par 17 est 3 et il reste 1.

#### 4. Trouver les multiples d'un naturel

Il suffit de lire la colonne ou la ligne correspondant à ce naturel.

Exemple : Quels sont les multiples de 13 ?  $\Rightarrow C_{13}$

$13 N = \{0 ; 13 ; 26 ; 39 ; 52 ; 65 ; 78 ; 91 ; 104 ; 117 ; 130 ; 143 ; 156 ; 169 ; 182 ; 195 ; \dots\}$

#### 5. Trouver les diviseurs d'un naturel

Il suffit de chercher ce naturel dans la grille et de regarder quelle ligne et colonne lui correspondent.

Exemple : recherche des diviseurs de 12

On trouve 12 en

$L_1 \cap C_{12}$	$12 = 1 \cdot 12$	donc	1 est diviseur de 12
$L_2 \cap C_6$	$12 = 2 \cdot 6$	donc	2 est diviseur de 12
$L_3 \cap C_4$	$12 = 3 \cdot 4$	donc	3 est diviseur de 12
$L_4 \cap C_3$	$12 = 4 \cdot 3$	donc	4 est diviseur de 12
$L_6 \cap C_2$	$12 = 6 \cdot 2$	donc	6 est diviseur de 12
$L_{12} \cap C_1$	$12 = 12 \cdot 1$	donc	12 est diviseur de 12

$Div 12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Remarque : on aurait pu traduire chaque multiplication par la découverte de 2 diviseurs et s'arrêter à la diagonale des carrés.

Premier travail : colorie en bleu les cases correspondant aux carrés des naturels. ( $1^2 ; 2^2 ; 3^2 ; \dots$ )

## Exercices sur la table de Pythagore

### Exercice 1

Quels nombres ont 1 pour diviseurs ? Dis comment tu le vois

### Exercice 2

Quels nombres ont 1 pour multiple ? Dis comment tu le vois

### Exercice 3

Quels nombres ont 0 pour diviseurs ? Dis comment tu le vois

### Exercice 4

Quels nombres ont 0 pour multiple ? Dis comment tu le vois

### Exercice 5

Recherche tous les diviseurs de 12 et tous les diviseurs de 24.

Tu as trouvé 12 dans les cases .....

Div 12 =

Tu as trouvé 24 dans les cases .....

Div 24 =

24 est .....de 12 ou .....par 12.

Les diviseurs de 12 sont-ils diviseurs de 24 ?.....

Les diviseurs de 24 sont-ils diviseurs de 12 ? .....

Conclus :.....

.....

### Exercice 6

Recherche tous les diviseurs de 12 et tous les diviseurs de 36.

Tu as trouvé 12 dans les cases .....

Div 12 =

Tu as trouvé 36 dans les cases .....

Div 36 =

36 est .....de 12 ou .....par 12.

Les diviseurs de 12 sont-ils diviseurs de 36 ?.....

Les diviseurs de 36 sont-ils diviseurs de 12 ? .....

Conclus :.....

### Exercice 7

Recherche tous les diviseurs de 15 et tous les diviseurs de 60.

Tu as trouvé 15 dans les cases .....

Div 15 =

Tu as trouvé 60 dans les cases .....

Div 60 =

60 est .....de 15 ou .....par 15.

Les diviseurs de 15 sont-ils diviseurs de 60 ?.....

Les diviseurs de 60 sont-ils diviseurs de 15 ? .....

Conclus :.....

.....

### Exercices 8

96 et 120 sont-ils de multiples de 8 ? explique

La somme de ces deux nombres est-elle multiple de 8 ? explique

La différence de ces deux nombres est-elle multiple de 8 ? explique

### Exercices 9

105 et 120 sont-ils de multiples de 15 ? explique

La somme de ces deux nombres est-elle multiple de 8 ? explique

La différence de ces deux nombres est-elle multiple de 8 ? explique

### Exercice 10

Choisis 5 nombres différents , recherche pour chacun le plus grand et le plus petit diviseur.

## **& Questions pour préparer ma synthèse**

### **1. Je peux définir :**

1. La soustraction
2. La multiplication
3. La relation de division
4. Divise
5. Diviseur de
6. Multiple de
7. Divisible par

### **2. Je connais l'écriture générale**

1. Une somme
2. Une différence
3. Un produit
4. Un quotient
5. Un multiple

### **3. Je connais les propriétés et les liens**

1. Liens entre addition et soustraction
2. Liens entre multiplication et addition
3. Lien entre multiplication et division
4. Commutativité de l'addition
5. Associativité de l'addition
6. Neutre pour l'addition
7. Commutativité de la multiplication
8. Associativité de la multiplication
9. Neutre pour la multiplication
10. Absorbant pour la multiplication
11. Le reste d'une division est compris entre deux valeurs
12. 1 divise..... et est multiple de.....
13. divise..... et est multiple de.....
14. Tout nombre  $>1$  a au moins.....diviseurs
15. Si un nombre en divise un autre , il divise ses.....
16. Si un nombre en divise deux autres , il divise aussi .....

### **4. Je sais calculer**

1. Les 4 opérations
2. La recherche de multiples
3. La recherche des diviseurs

**A partir de ce moment ,on peut travailler régulièrement dans les dossiers d'entretien du calcul mental**



## Les caractères de divisibilité



Comment savoir si un nombre est divisible par un autre rien qu'en l'observant ?

### Première recherche

#### Un nombre divisible par 10

Si un nombre  $n$  est divisible par 10, il existe un autre nombre  $a$  tel que  $n = 10a$

Exemples

$254 = 25 \cdot 10 + 4$  n'est pas un multiple de 10 il reste 4

$583 = 58 \cdot 10 + 3$  n'est pas un multiple de 10 il reste 3

$745 = 74 \cdot 10 + 5$  n'est pas un multiple de 10 il reste 5

Le reste de la division par 10 correspond toujours au chiffre des unités.

Si le chiffre des unités est multiple de 10 (il n'y a que zéro) alors le nombre est multiple de 10 car si un nombre en divise deux autres il divise leur somme

Un nombre est divisible par 10 si

Si ce nombre est divisible par 10, il est aussi divisible par 2 et 5 qui sont des diviseurs de 10, car si un nombre divise un autre il divise aussi ses multiples

Reprenons les exemples

$254 = 250 + 4$  somme de deux multiples de 2 donc multiple de 2

$583 = 580 + 3$  580 est multiple de 2 mais pas 3 donc pas multiple de 2

$745 = 740 + 5$  740 est multiple de 2 mais pas 5 donc pas multiple de 2

Si le chiffre des unités est multiple de 2 (soit 0, 2, 4, 6, ou 8) alors le nombre est multiple de 2 car si un nombre en divise deux autres il divise leur somme

Un nombre est divisible par 2 si

$254 = 250 + 4$  250 est multiple de 5 mais pas 4 donc pas multiple de 5

$583 = 580 + 3$  580 est multiple de 5 mais pas 3 donc pas multiple de 5

$745 = 740 + 5$  740 et 5 sont tous deux multiples de 5 donc multiple de 5

Si le chiffre des unités est multiple de 5 (soit 0 ou 5) alors le nombre est multiple de 5 car si un nombre en divise deux autres il divise leur somme

Un nombre est divisible par 5 si

Malheureusement 10 n'est pas multiple de 3,4,6,7,...il nous faut trouver une autre manière de le voir .

### **Deuxième recherche**

#### Un nombre divisible par 100

Si un nombre  $n$  est divisible par 100, il existe un autre nombre  $a$  tel que  $n = 100a$

Exemples

$2542 = 25 \cdot 100 + 42$  n'est pas un multiple de 100 il reste 42

$5831 = 58 \cdot 100 + 31$  n'est pas un multiple de 100 il reste 31

$7456 = 74 \cdot 100 + 56$  n'est pas un multiple de 100 il reste 56

Le reste de la division par 100 correspond toujours au nombre formé par les deux derniers chiffres .

Si ce nombre est multiple de 100 (il n'y a que 00) alors le nombre est multiple de 100 car si un nombre en divise deux autres il divise leur somme

Un nombre est divisible par 100 si

Si ce nombre est divisible par 100, il est aussi divisible par 2, 4 ; 5, 10, 20, 25, 50 qui sont des diviseurs de 100, car si un nombre divise un autre il divise aussi ses multiples

En raisonnant comme dans la première recherche, on trouve un moyen facile de déterminer si un nombre est divisible par 4 ; 25

Un nombre est divisible par 4 si

.....

Un nombre est divisible par 25 si

.....

**Troisième recherche**

Applique le même raisonnement pour 1000 et ses diviseurs

**Quatrième recherche**

Trouver si un nombre est divisible par 9

Exemple

$$\begin{aligned}
 458 &= 400 + 50 + 8 \\
 &= 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \\
 &= 4(99 + 1) + 5 \cdot (9 + 1) + 8 \\
 &= \underbrace{4 \cdot 99}_{\text{Multiples de 9}} + \underbrace{5 \cdot 9}_{\text{Multiples de 9}} + 5 + 8
 \end{aligned}$$

donc si  $(4 + 5 + 8)$  est multiple de 9 458 le serait aussi

or  $4 + 5 + 8 = 17 = 1 \cdot 9 + 8$  le nombre n'est pas multiple de 9 et le reste de la division par 9 est 8

Cette décomposition on peut la faire sur tous les nombres .

Donc pour voir si un nombre est divisible par 9 , on fait la somme des chiffres qui le composent et on regarde si c'est divisible par 9

Sachant que 9 est multiple de 3, comment feras tu pour déterminé si un nombre est divisible par 3

Un nombre est divisible par 9 si

.....

Un nombre est divisible par 3 si

.....

## Exercices sur les caractères de divisibilité

### Exercice 1

Complète par la bonne expression :

« est divisible par » « n'est pas divisible par »	« est multiple de » « n'est pas multiple de »
120 .....10	20 .....5
42 .....8	54 .....9
4 .....12	3 .....27
56 .....7	42 .....6
81.....9	72 .....8

### Exercice 2

1. Entoure les nombres divisibles par 2 :

170 – 173 – 184 – 17 – 1 787 – 1 979 – 204 – 87 798 – 65 626

2. Entoure les nombres divisibles par 5 :

170 – 173 – 184 – 17 – 1 780 – 1 979 – 205 – 87 790 – 65 600

3. Entoure les nombres qui conviennent :

Multiples de 2 : 36 – 135 – 178 – 5 004

Multiples de 5 : 96 – 145 – 370 – 4 018

Multiples de 10 : 35 – 660 – 1 000 – 175

### Exercice 3

1. Écris quatre nombres ayant chacun quatre chiffres différents et divisibles :

Par 2 : .....

.....

Par 5 : .....

.....

Par 10 : .....

.....

2. Avec les chiffres 8 7 5 0, invente 5 nombres divisibles par 2 et 5 nombres divisibles par 5

Multiples de 2 : .....

.....

Multiples de 5 : .....

.....

### Exercice 4

1. Entoure les nombres divisibles par 4 :

170 – 172 – 184 – 17 – 1 760 – 1 976 – 204 – 87 798 – 65 626

2. Entoure les nombres divisibles par 25 :

170 – 175 – 185 – 178 – 1 780 – 1 925 – 2050 – 87 790 – 65 600

3. Entoure les nombres qui conviennent :

Multiples de 4 : 176 – 184 – 222 – 781 – 6 400 – 912

Multiples de 25 : 95 – 145 – 350 – 4 185

Multiples de 100 : 350 – 660 – 1 000 – 175 000

### Exercice 5

1. Écris quatre nombres ayant chacun quatre chiffres différents et divisibles :

Par 25 : ..... ..

.....

Par 4 : ..... ..

.....

Par 100 : ..... ..

.....

2. Cite 5 nombres de 3 chiffres

Divisibles à la fois par 4 et par 5 : ..... ..

.....

Divisibles à la fois par 10 et par 25 : ..... ..

.....

### Exercice 6

1. Entoure les nombres divisibles par 8 :

9 434 – 5 720 – 34 640 – 732 000 – 1 548

2. Entoure les nombres qui sont multiples de 125 :

4 375 – 5 500 – 7 300 – 9 000 – 2 175 – 73 250

3. Invente 5 nombres de 4 chiffres

Divisible par 8 : ..... ..

.....

Divisible par 125 : ..... ..

.....

Divisible par 1000 : ..... ..

.....

### Exercice 7

Répond par VRAI ou FAUX puis indique pourquoi in en est ainsi :

Énoncé	Vrai ou faux	Pourquoi ?
3 000 est divisible par 8		
1 032 est divisible par 8		
1 625 est divisible par 125		
7 300 est divisible par 1000		
29 450 est divisible par 125		

### Exercice 8

Voici une liste de nombre :

582 – 714 – 357 – 852 – 662 – 1 548 – 3 006 – 645 – 8 163

Cite ceux qui sont divisibles par 3 : .....

.....

Cite ceux qui sont divisibles par 9 : .....

.....

Cite ceux qui sont divisibles par 3 mais pas par 9: .....

.....

Cite ceux qui sont divisibles par 9 mais pas par 3 .....

### Exercice 9

1. Remplace les \* par un seul chiffre pour rendre les nombres divisibles par 3

$$43* - 43* - 43* - 7*88 - 7*88 - 7*88 - 57* - 57* - 57*$$

2. Remplace les \* par un seul chiffre pour rendre les nombres divisibles par 9

$$14* - 10* - 369* - 47*8$$

### Exercice 10

Trace une croix quand le nombre est divisible

Divisible par	2	3	4	5	9	10	25	50
36 250	X			X		X	X	X
522								
5 220								
52 200								
165								
135								
25 300								
4 761 909								
1 200								
545								
5 196								



**Exercice 11**

Indique le reste de la division sans faire l'opération

par	2	3	4	5	8	9	25	125
2 772								
4 875								
3 720								
83 644								
48 361								
168 050								

**Exercice 12**

Peut-on ranger 29 œufs dans des boîtes de 6 en remplissant toutes les boîtes ? Pourquoi ?

.....

.....

Cela est-il possible avec 36 œufs, 42 œufs et 48 œufs ?

.....

.....

.....

## Travail de recherche avec la table de Pythagore

### **Les multiples de 6 sont-ils multiples de ..... ?**

- a) Choisir 5 nombres  $>20$  dans C6

soit : ...36 ; ..... .

- b) Ces nombres sont-ils divisibles par 2 ?

36 (C6L6 mais aussi C2L18) donc  $36 = 2.18$

36 qui est multiple de 6, est aussi multiple de 2

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

- c) Choisir 2 nombres multiples de 6 ne figurant pas dans la table :

soit.....

- d) Ces nombres sont-ils divisibles par 2 ?

.....  
 .....

- e) Généralisons

X est un multiple de 6  $\Leftrightarrow$   $X = 6 y$

Or  $6 = 2.3$   $X = (2.3) y$

$X = 2.(3y)$

**Exercice : faire le même travail (sur feuille quadrillée) pour :**

les multiples de 6 sont –ils multiples de 3 ? ; les multiples de 8 sont-ils multiples de 2 ? de 4 ?  
 les multiples de 10 sont-ils multiples de 2 ? de 5 ? les multiples de 12 sont-ils multiples de 3 ?  
 4 ? 6 ?

**Note ici tes conclusions**

***Écrire un multiple d'un nombre sous forme d'une somme de multiples de ce nombre***

**Exemple :**

***60 EST MULTIPLE DE 3     $60 = 9 + 6 + 15 + 30$***

***$60 = 3. 3.+ 3.2 +3.5 +3.10$***

***Il peut donc s'écrire comme somme de multiples de 3***

**Exercice :**

Décomposer 5 nombres >100 en une somme de 4 multiples d'un des diviseurs du nombre choisi :

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

### **Somme de multiples d'un même nombre**

**Exemple :**

a) Choisir 4 nombres dans C4 : 24 32 40 48

b) Faire la somme :  $24 + 32 + 40 + 48 = 144$

c) Le nombre obtenu est-il multiple de 4 ?

$$144 = 4 \cdot 36 \quad \rightarrow \text{OUI}$$

Exercice :

Faire le même travail pour un autre choix :

a) .....

b) .....

c) .....

### **Écrire un multiple d'un nombre sous forme d'une différence de multiples de ce nombre**

**Exemple :**

72 est multiple de 8  $72 = 80 - 8$

$$72 = 8 \cdot 10 - 8 \cdot 1$$

Exercice :

décomposer 5 nombres  $> 100$  en une différence de multiples d'un des diviseurs du nombre choisi :

.....

.....

.....

.....

.....

### ***Différence de multiples d'un même nombre***

#### **Exemple :**

- a) Choisir 2 nombres dans C7 : 77 et 28
- b) Soustraire du plus grand le nombre le plus petit  $77 - 28 = 49$
- c) Le nombre obtenu est-il un multiple de 7 ?  $49 = 7 \cdot 7 \rightarrow$  OUI

#### Exercice :

Faire le même travail pour un autre choix :

- a) .....
- b) .....
- c) .....

### Résumé

### Nombres premiers

Tous les nombres naturels  $> 1$  sont divisibles par 1 et eux même mais certains n'ont pas d'autres diviseurs. Ce sont les nombres premiers.

**Recherche des nombres premiers :**

**par recherche successive des multiples : crible d'Eratostène**

Colorie

En bleu les multiples de 2 (sauf 2).

En jaune les multiples de 3 (sauf 3) qui ne sont pas multiples de 2.

En orange les multiples de 5 (sauf 5) qui ne sont pas multiples de 2, ni de 3.

En vert les multiples de 7 (sauf 7) qui ne sont pas multiples de 2, ni de 3, ni de 5.

En rouge les multiples de 11 (sauf 11) qui ne sont pas multiples de 2, ni de 3, ni de 5, ni de 7..

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47
48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95
96	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111
112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159

] Les nombres premiers  $< 15$  sont :

.....

] Les carrés des nombres de 1 à 13 sont

.....

**Décomposition en facteurs premiers**

Tout nombre supérieur à 1 peut s'écrire sous forme d'un produit de facteurs premiers

Des exemples :

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^2 \cdot 7$$

$$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$$

**Disposition pratique :**

$$\begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$28 = 2^2 \cdot 7$$

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2$$

**Exercice 1**

Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

- 1) 1500    2) 360    3) 800    4) 88    5) 4920

**Exercice 2**

Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

- 1) 720    2) 1584    3) 4620    4) 1250    5) 1232

**Exercice 3**

Décomposer chacun des entiers suivants en produit de facteurs premiers :

- 1) 1225    2) 11 088    3) 1386    4) 891    5) 1250



**Les diviseurs d'un nombre****1. D'autres critères de divisibilité**

Vérifie les affirmations suivantes :

a) Un nombre est divisible par 6 s'il est divisible à la fois par 2 et 3

b) Un nombre est divisible par 15 s'il est divisible à la fois par 3 et 5

Un nombre est divisible par 12 s'il est divisible à la fois par 3 et 4

Remarque : Aurait-on pu dire qu'un nombre est divisible par 12 s'il est divisible à la fois par 2 et 6 ?

Un nombre est divisible par 24 s'il est divisible à la fois par 3 et 8.

Remarque : Aurait-on pu dire qu'un nombre est divisible par 24 s'il est divisible à la fois par 2 et 12 ? ou 6 et 4 ?

**CONCLUSION**

## 2. Recherche de tous les diviseurs d'un nombre (par exemple 360)

Pour ce faire , on peut utiliser plusieurs méthodes . La meilleure est celle que l'on connaît le mieux et qui nous correspond. On s'exercera donc d'abord aux différentes méthodes pour s'en rendre compte.

### Méthode 1 : divisions successives

$$360 = 1 \cdot 360 \Rightarrow 1 \text{ et } 360$$

$$360 = 2 \cdot 180 \Rightarrow 2 \text{ et } 180$$

$$360 = 3 \cdot 120 \Rightarrow 3 \text{ et } 120$$

$$360 = 4 \cdot 90 \Rightarrow 4 \text{ et } 90$$

$$360 = 5 \cdot 72 \Rightarrow 5 \text{ et } 72$$

$$360 = 6 \cdot 60 \Rightarrow 6 \text{ et } 60$$

$$360 = 8 \cdot 45 \Rightarrow 8 \text{ et } 45$$

$$360 = 9 \cdot 40 \Rightarrow 9 \text{ et } 40$$

$$360 = 10 \cdot 36 \Rightarrow 10 \text{ et } 36$$

$$360 = 12 \cdot 30 \Rightarrow 12 \text{ et } 30$$

$$360 = 15 \cdot 24 \Rightarrow 15 \text{ et } 24$$

$$360 = 18 \cdot 20 \Rightarrow 18 \text{ et } 20$$

On peut s'arrêter là car s'il existe d'autres diviseurs , ils ont déjà été trouvés en écrivant le nombre sous forme de produit de deux de ses diviseurs.

$$\text{div } 360 = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20 ; 24 ; 30 ; 36 ; 40 ; 45 ; 60 ; 72 ; 90 ; 120 ; 180 ; 360 \}$$

Remarques :

Il est très utile de connaître les caractères de divisibilité pour savoir s'il y a lieu de faire la division

Il est aussi utile de connaître les propriétés de la divisibilité pour se faciliter le calcul

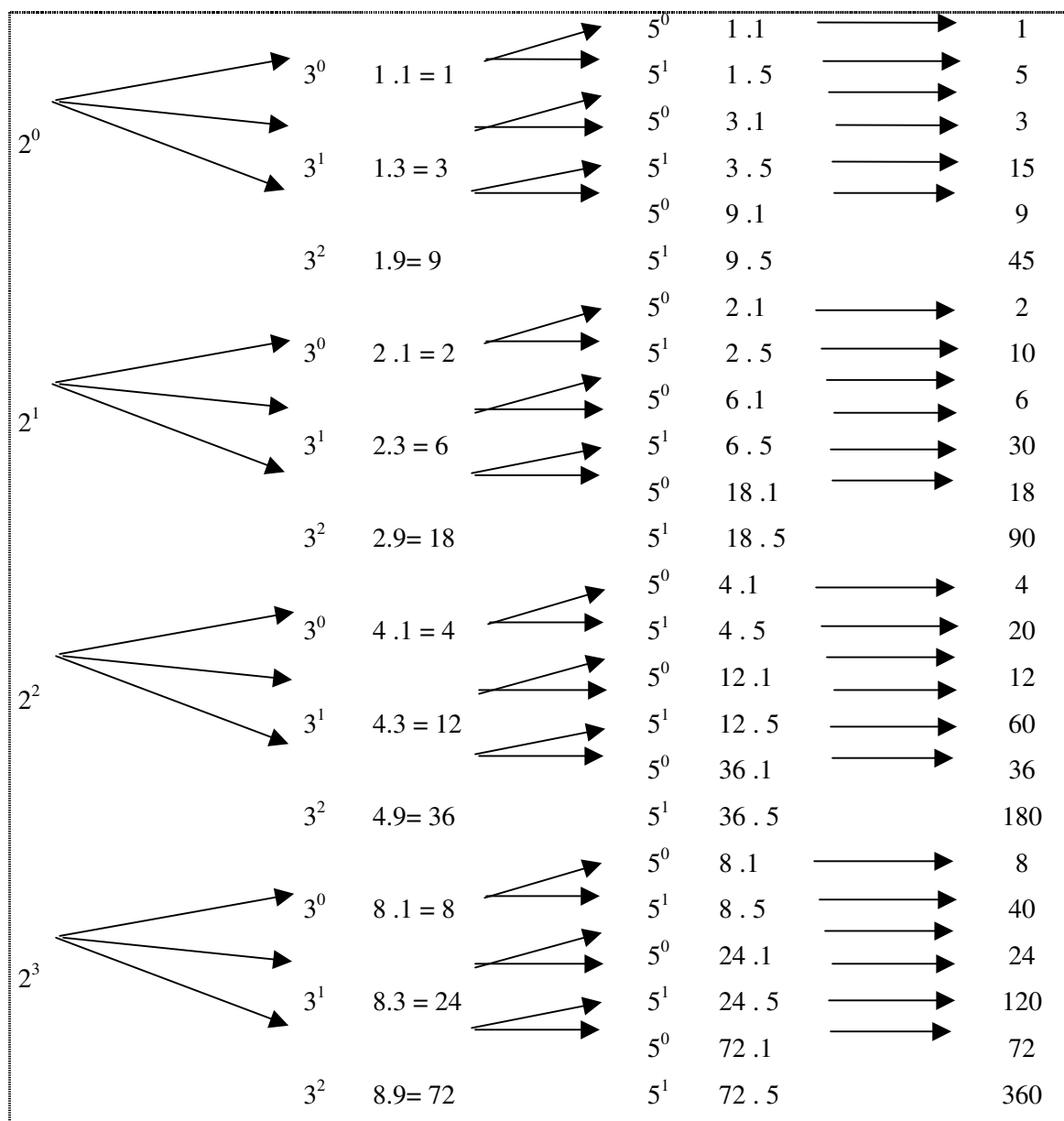
$$\text{Exemple : } 360 : 8 = (400 - 40) : 8 = 400 : 8 - 40 : 8$$

## Méthode 2 : l'arbre

On commence par décomposer le nombre  
en facteurs premiers

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$



$$\text{div } 360 = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 12; 15; 18; 20; 24; 30; 36; 40; 45; 60; 72; 90; 120; 180; 360\}$$

Méthode 3 : treillis

On commence par la décomposition en facteurs premiers .

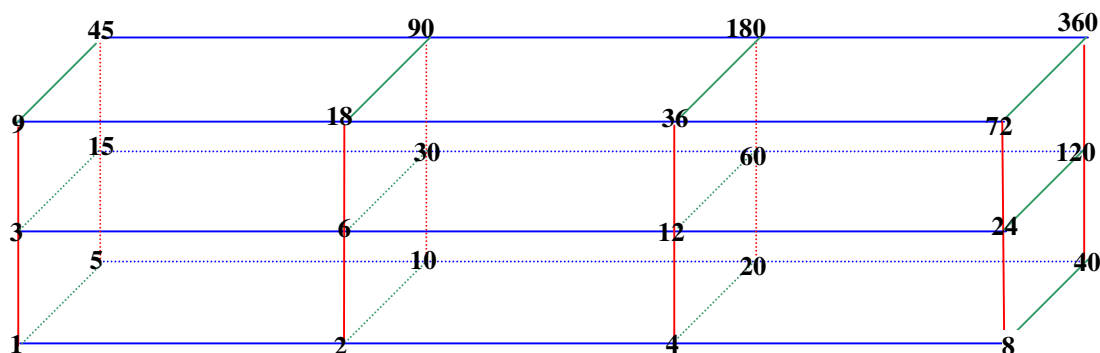
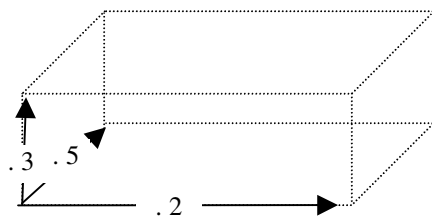
$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$$

Dans cet exemple, il y a 3 facteurs différents, on trace un grillage à 3 dimensions.

L'exposant de chacun des facteurs indique le nombre d'unités dans chaque direction .

Ici : 3 en longueur, 2 en hauteur et 1 en profondeur.

Voici l'unité de base :



$$\text{div } 360 = \{ 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20 ; 24 ; 30 ; 36 ; 40 ; 45 ; 60 ; 72 ; 90 ; 120 ; 180 ; 360 \}$$

Quelque soit la méthode le résultat obtenu est le même.

Quelques remarques :

- Si on recherche les diviseurs en utilisant les naturels consécutifs , il suffit de rechercher jusqu'à la racine de ce nombre.  
Exemple : pour rechercher les diviseurs de 500  
 $22^2 = 484 < 500 < 23^2 = 529$  on cherchera donc de 1 à 23
- La méthode 2 nous renseigne directement sur le nombre de diviseurs à obtenir.  
 $360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \Rightarrow (3+1) \cdot (2+1) \cdot (1+1) = 24$  donc 24 diviseurs  
autre exemple :  $500 = 5^3 \cdot 2^2 \Rightarrow (3+1) \cdot (2+1) = 12$

### Exercice

Rechercher tous les diviseurs des 100 premiers nombres par la méthode de ton choix.

Rempli ensuite le tableau :

Le nombre	Sa décomposition en facteurs premiers	Tous ses diviseurs	de diviseurs
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			

14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			

47			
48			
49			
50			
51			
52			
53			
54			
55			
56			
57			
58			
59			
60			
61			
62			
63			
64			
65			
66			
67			
68			
69			
70			
71			
72			
73			
74			
75			
76			
77			
78			
79			

80			
81			
82			
83			
84			
85			
86			
87			
88			
89			
90			
91			
92			
93			
94			
95			
96			
97			
98			
99			
100			

### 3. Recherche de tous les diviseurs commun à deux nombres

#### Méthode 1 : comparaison de l'ensemble des diviseurs

Recherche des diviseurs communs à 126 et 210

$$\text{div } 126 = \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 21, 42, 126\}$$

$$\text{div } 210 = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 70, 105, 210\}$$

les diviseurs communs à 126 et 210 sont  $\text{div } 126 \cap \text{div } 210 = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$  donc div 42

42 est le plus grand diviseur commun à 126 et 210 - aussi noté p.g.c.d.(126 ; 210).

1 est le plus petit diviseur commun à 126 et 210 (c'est le cas pour tous les nombres).



Méthode 2 : à partir de la décomposition en facteurs communs

$$\begin{array}{r|l}
 126 & \textcircled{2} \\
 63 & \textcircled{3} \\
 21 & 3 \\
 7 & \textcircled{7} \\
 1 & \\
 \hline
 126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 210 & \textcircled{2} \\
 105 & \textcircled{3} \\
 35 & 5 \\
 7 & \textcircled{7} \\
 1 & \\
 \hline
 210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7
 \end{array}$$

On sait déjà que 1 est un diviseur commun ainsi que tous ceux qui sont entourés 2, 3 et 7 mais aussi le produit de ceux-ci c'est à dire 6, 14, 21 et 42

Le plus grand est  $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

Donc  $\text{div}126 \cap \text{div}210 = \text{div}42 = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

Méthode 3 : en utilisant des soustractions

Le p.g.c.d. de deux nombres divise chacun des deux nombres et donc leur différence. On va remplacer le plus grand des deux par leur différence.

Exemple :

$$\begin{aligned}
 \text{pgcd}(126, 210) &= \text{pgcd}(126, 210-126) \\
 &= \text{pgcd}(126, 84) \\
 &= \text{pgcd}(126-84, 84) \\
 &= \text{pgcd}(42, 84) \\
 &= 42
 \end{aligned}$$

Méthode 4 : divisions euclidiennes successives (algorithme d'Euclide)

Soient a et b deux entiers naturels non nuls. On a  $a = b \times q + r$

Si  $r = 0$ , c'est que le naturel a est divisible par le naturel b et donc tous les diviseurs de b sont des diviseurs de a. donc si  $r = 0$   $\text{div} a \cap \text{div} b = \text{div} b$

Et tu sais que le plus grand naturel divisant un nombre est lui-même.

Donc  $\text{pgcd}(a ; b) = b$

Si  $r \neq 0$ , le  $\text{pgcd}(a ; b)$  divise bq il doit donc aussi diviser r.

Donc  $\text{pgcd}(a ; b) = \text{pgcd}(b ; r)$

Voyons cela sur des exemples

$$\text{pgcd}(42, 84) : 84 = 2 \cdot 42 + 0 \Rightarrow \text{pgcd}(42, 84) = 42$$

$$\text{pgcd}(126, 210) : 210 = 126 \cdot 1 + 84 \Rightarrow \text{pgcd}(126, 210) = \text{pgcd}(126, 84)$$

$$\text{pgcd}(126, 84) : 126 = 84 \cdot 1 + 42 \Rightarrow \text{pgcd}(126, 210) = \text{pgcd}(126, 84) = \text{pgcd}(84, 42) = 42$$

Comparaison entre le produit des deux nombres ,le ppcm et le p.g.c.d. de ces mêmes nombres

Premier nombre	Deuxième nombre	ppcm	pgcd	Produit des deux naturels	Produit du ppcm et du pgcd
12	54	108	6	648	648
15	36				
69	45				
72	48				
14	15				

$$12 N_0 = \{ 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, \textcircled{108}, \dots \}$$

Le plus petit multiple commun de 12 et 54 est 108

$$54 N_0 = \{ 54, \textcircled{108}, \dots \}$$

$$15 N_0 = \{ 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165, \textcircled{180}, \dots \}$$

Le plus petit multiple commun de 15 et 36 est 180

$$36 N_0 = \{ 36, 72, 108, 144, \textcircled{180}, \dots \}$$

$$69 N_0$$

$$45 N_0$$

$$72 N_0$$

$$48 N_0$$

$$14 N_0$$

$$15 N_0$$

Mes conclusions

**Exercice 1 :**

Trouve une méthode pour calculer le ppcm (plus petit commun multiple) de deux naturels.  
Relis ce qui a été fait avant.

**Exercice 2 :**

Calcule le pgcd puis le ppcm des paires de nombres

(utilise une feuille quadrillée et note ici le résultat)

- a. 24 et 36
- b. 75 et 125
- c. 49 et 63
- d. 12 et 36
- e. 120 et 144
- f. 540 et 168
- g. 136 et 56
- h. 60 et 132
- i. 882 et 630
- j. 3468 et 1020

**Exercice 3**

Calcule le pgcd puis le ppcm des nombres (attention il faut d'abord réfléchir à la signification de l'exercice car ici il y a 3 nombres)

(utilise une feuille quadrillée et note ici le résultat)

- a. 6 ; 8 et 16
- b. 33 ; 22 ; et 55
- c. 36 ; 24 et 60
- d. 150 ; 225 et 375
- e. 225 ; 75 et 525

### Exercice 4

Voici un rectangle de 12 sur 8

Peut-on le paver complètement avec un nombre entier de pavés tous placés dans le même sens ? (dessine)

- pavé de 2 sur 4
- pavé de 4 sur 3

Combien faut-il de pavés dans chaque cas ?



### Exercice 5

Soit un rectangle de 38 sur 95

Peut-on le paver complètement avec un nombre entier de pavés tous placés dans le même sens ?

- pavé de 5 sur 19
- pavé de 5 sur 5

Combien faut-il de pavés dans chaque cas ?

**Exercice 6**

Un cuisinier a préparé un gâteau au chocolat dans un moule rectangulaire de 56 cm sur 35 cm.

Il découpe le gâteau en parts rectangulaires identiques dont la longueur et la largeur sont des nombres entiers.

Il y a le même nombre de parts dans la longueur et la largeur.

Donne les dimensions des parts et leur nombre total.

**Exercice 7**

Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires.

Il veut faire des paquets de sorte que :

- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges,
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires,
- toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

Combien y aura-t-il alors de billes rouges dans chaque paquet ?

**Exercice 8**

Pour le 1<sup>er</sup> Mai, Julie dispose de 182 brins de muguet et 78 roses.

Elle veut faire le plus grand nombre de bouquets identiques en utilisant toutes ses fleurs.

Quel nombre maximal de bouquets pourra-t-elle réaliser ?

Quelle sera la composition de chaque bouquet ?

### **Exercice 9**

Un ouvrier dispose de plaques de métal de 110 cm de longueur et de 88 cm de largeur. Il a reçu la consigne suivante : "Découper dans ces plaques des carrés tous identiques, les plus grands possible, de façon à ne pas avoir de perte."

Quelle sera la longueur du côté d' un carré

Combien obtiendra-t-il de carrés par plaque ?

### **Exercice 10**

Donne la dimension des plus grandes dalles carrées permettant de paver le rectangle de 125 sur 75 complètement avec un nombre entier de pavés tous placés dans le même sens

Quelles sont les différentes dimensions de pavés possibles pour recouvrir entièrement le rectangle en plaçant autant de pavés entiers sur la longueur que sur la largeur ?

## & Questions pour préparer ma synthèse

### ***Je connais***

La division euclidienne  
 Les caractères de divisibilité  
 Les nombres premiers  
 Les nombres premiers entre eux  
 L'ensemble des multiples d'un naturel  
 L'ensemble des diviseurs d'un naturel  
 Le pgcd de naturels  
 Le ppcm de naturels  
 Le nombre de diviseurs d'un naturel

### ***Je sais utiliser***

La division euclidienne  
 Les caractères de divisibilité  
 Les propriétés des diviseurs  
 Les propriétés du pgcd

### ***Je sais calculer***

La division euclidienne  
 Les nombres premiers  
 Les nombres premiers entre eux  
 L'ensemble des multiples d'un naturel  
 L'ensemble des diviseurs d'un naturel  
 Le pgcd de naturels  
 Le ppcm de naturels  
 Le nombre de diviseurs d'un naturel

### ***Je peux mener à bien un problème***

## Des exercices de révision

### Exercice 1 :

- 1) Ecris tous les multiples de 4 inférieurs à 90.
- 2) Ecris tous les multiples de 6 inférieurs à 90.
- 3) Souligne les nombres qui apparaissent dans les deux listes. Qu' observe-t-on ?

### Exercice 2 :

Peut-on construire des tours de même hauteur en empilant d' un côté des cubes de 6 cm d' arête, de l' autre des cubes de 8 cm d' arête ?

Si oui, quelles sont les hauteurs communes possibles ?

### Exercice 3 :

32      80      1 632      176      112

Vérifie que les nombres ci-dessus sont des multiples de 16 et écris-les sous la forme  $16 \times \dots$ .

### Exercice 4 :

	1	2	3	4	<u>Horizontalement :</u>
A					A - Multiple de 4 et de 7 - Ses seuls diviseurs sont 1 et 3.
B					B - Multiple de 10, de 7 et de 4.
C					C - Multiple de 2 et de 3 - Multiple de 10 si on lui ajoute 1.
D					D - Diviseur de tous les nombres - Double de 2.

### Verticalement

- 1 - Un diviseur de 432.
- 2 - Multiple de 12 et de 7 - Diviseur de tous les nombres.
- 3 - Multiple de 2 et de 5, si on lui ajoute 1.
- 4 - Diviseur de 6 et de 9 - Multiple de 2 et de 47.



**Exercice 5 :**

Complète le tableau suivant :

Nombre	Divisible par 2	Divisible par 5	Somme des chiffres	Divisible par 3	Divisible par 9
748					
45					
168					
47					
100					
240					
981					
2 025					
247					
36 545					
1 749					
2 030					

**Exercice 6 :**

Donne la liste de tous les nombres premiers inférieurs à 50.

**Exercice 7**

Les nombres suivant sont –ils premiers entre eux ?

24 et 65

72 et 47

25 et 54

**Exercice 8**

En divisant un nombre par 8, un élève a obtenu 4 pour reste ; en divisant ce même nombre par 12, il a obtenu 3 pour reste. Qu'en pensez-vous ?

**Exercice 9**

Le fort en calcul de la classe, qui ne fait jamais d'erreur, a divisé le millésime de l'année par 29, il a trouvé 25 pour reste ; il a divisé le même millésime par 69, il a trouvé 7 pour reste. En quelle année cela se passait-il ?

**Exercice 10**

Trouver deux nombres sachant que leur somme est 581 et que le quotient de leur PPCM par leur PGCD est 240.

**Exercice 11**

Le PGCD de deux nombres est 12 ; les quotients successifs obtenus dans le calcul de ce PGCD par l'algorithme d'Euclide sont 8, 2 et 7. Trouver ces deux nombres.

**Exercice 12**

Un terrain rectangulaire dont les dimensions en mètres  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers, a pour aire 3024 m<sup>2</sup>. Calculer son périmètre sachant que le PGCD de  $a$  et  $b$  est 6. Combien y a-t-il de solutions possibles ?